

## Limit maximálnej hmotnosti neutrónovej hviezdy

Doteraz nie je vyriešená otázka, akú maximálnu hmotnosť môže mať neutrónová hviezda, kým neskolabuje do čiernej diery. Prvé riešenie neutrónovej neutrónovej hviezdy je známe, ako Tolman–Oppenheimer–Volkoff equation:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Tolman%E2%80%93Oppenheimer%E2%80%93Volkoff\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Tolman%E2%80%93Oppenheimer%E2%80%93Volkoff_equation)

Na základe tohto riešenia a známej hustoty neutrónovej hviezdy, bol odvodený limit hmotnosti neutrónovej hviezdy  $M = 0.7 M_{\odot}$ , kde  $M_{\odot}$  je hmotnosť Slnka. Toto riešenie ale nezodpovedá reálnym pozorovaniam. Kritika tohto riešenia je, že má viac voľných parametrov.

[https://www.academia.edu/11526916/Mass\\_Limit\\_of\\_Neutron\\_Star?email\\_work\\_card=view-paper](https://www.academia.edu/11526916/Mass_Limit_of_Neutron_Star?email_work_card=view-paper)

V minulosti som uvádzal metriku, ktorú som odvodil z Einsteinovej rovnice. Tenzor hustoty energie a hybnosti v tejto metrike nie je nulový.

Zmiešaný tenzor hustoty energie a toku hybnosti tejto metriky v sférických súradniciach  $t, r, \theta, \varphi$  je:

$$T_{\mu}^{\nu} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} \frac{G m^2}{\left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} \frac{G m^2}{\left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \frac{G m^2}{\left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} \frac{G m^2}{\left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^4} \end{bmatrix}$$

Diagonálne zložky tenzora reprezentujú hustotu energie  $\varepsilon = \rho c^2$ , radiálny tlak  $p_r$  a axiálne tlaky  $p_{\theta}$ ,  $p_{\varphi}$ .

$$T_1^1 = \rho c^2$$

$$T_2^2 = p_r$$

$$T_3^3 = p_{\theta}$$

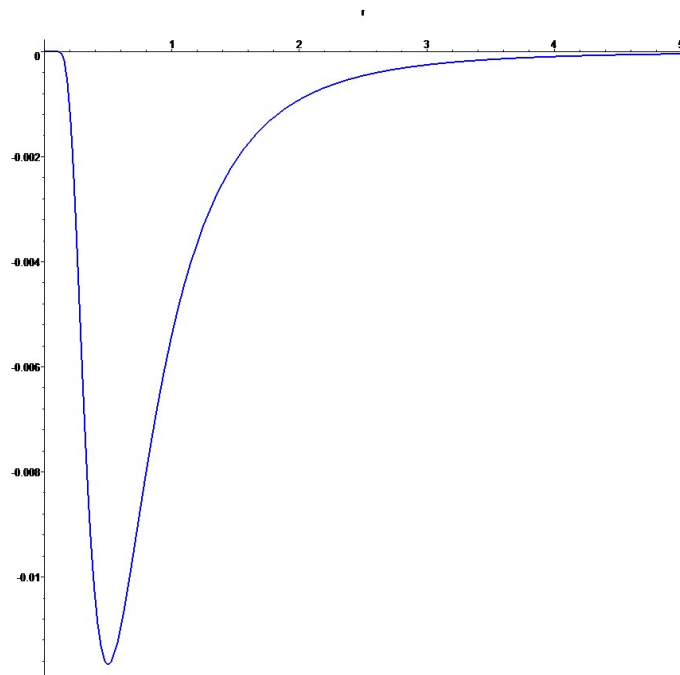
$$T_4^4 = p_{\varphi}$$

$$T_{\mu}^{\nu} = \begin{bmatrix} c^2 \rho(r) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_r(r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{\theta}(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{\phi}(r) \end{bmatrix}$$

Pre stanovenie maximálnej hmotnosti neutrónovej hviezdy nás bude zaujímať radiálny tlak  $p_r$ ,

$$p_r = -\frac{1}{8} \frac{G m^2}{\pi e \left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^4}$$

Graf funkcie radiálneho tlaku pre  $G = 1$ ,  $c = 1$ ,  $m = 1$  je:



Maximum tejto funkcie vypočítame z podmienky nulovej derivácie  $\frac{d}{dr} p_r(r) = 0$

$$\frac{d}{dr} p_r(r) = \frac{1}{4} \frac{G^2 m^3}{\pi e \left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^6 c^2} + \frac{1}{2} \frac{G m^2}{\pi e \left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^5}$$

Po úprave dostávame:

$$\frac{1}{4} \frac{G^2 m^3}{\pi e \left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^6 c^2} + \frac{1}{2} \frac{G m^2}{\pi e \left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^5} = 0$$

$$\frac{1}{4} \frac{G m^2 (G m - 2 r c^2)}{\pi e \left(\frac{2 G m}{c^2 r}\right) r^6 c^2} = 0$$

Maximum radiálneho tlaku je v bode:

$$r_{max} = \frac{G m}{2 c^2}$$

Maximálny radiálny tlak dostaneme dosadením  $r_{max}$  do  $p_r$

$$p_{max} = -\frac{2 c^8}{\pi G^3 e^4 m^2}$$

Neutróny musia vzdorovať v oblasti  $r_{max}$  tlaku  $p_{max}$ . Tlak v neutróne nie je známy, ale môžeme ho odhadnúť z hustoty neutrónu. V literatúre [1] sa uvádza polomer neutrónu  $r_n = 0,833 \cdot 10^{-15}$  m.

Hmotnosť neutrónu je  $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27}$  kg. Hustotu hmoty vypočítame zo vzorca:

$$\rho_n = \frac{3}{4} \frac{m_n}{\pi r_n^3}$$

Po dosadení dostaneme hustotu  $\rho_n = 0.6917756466 \cdot 10^{18} \text{ kgm}^{-3}$ . Takto vypočítaná hustota protónu

je len priemernou hodnotou. V neutróne musí existovať kladný a záporný tlak, aby bol stabilnou časticou. Kolaps neutrónu nastane, ak záporný tlak gravitácie bude väčší, ako kladný tlak v jeho jadre.

Z Einsteinovej teórie môžeme stanoviť tlak vnútri neutrónu  $p_n = \rho_n c^2$ . Po dosadení dostávame tlak

$p_n = 0.6217369449 \cdot 10^{35}$  Pa. Či je táto hodnota správna, to by potvrdil len experiment. Na prvý

pohľad by sa zdalo, že je to mimo experimentálne možnosti. Ale vedcom sa to zrejme podarilo,

Dokonca sa im podarilo zmerať aj gradient tohto tlaku [2]. Proti vnútornému tlaku musí v neutróne

pôsobiť aj vonkajší tlak, aby bol neutrón stabilný. Tlak vo vonkajších vrstvách neutrónu nemusí byť

už tak veľký, ako vnútorný. Ku gravitačnému kolapsu neutrónu dôjde, ak sa prekoná jeho vnútorný

tlak. Maximálna nameraná hodnota vnútorného tlaku podľa [2] je približne dvojnásobná, voči strednej

hodnote tlaku, ktorý som vypočítal. Podmienka, kedy dôjde ku kolapsu neutrónu vplyvom

gravitačného tlaku je:

$$p_{max} = p_n$$

$$p_n = -\frac{2 c^8}{\pi G^3 e^4 m^2}$$

Z tejto rovnice si už môžeme vypočítať maximálnu hmotnosť neutrónovej hviezdy.

$$m = c^4 e^{(-2)} \sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{p_n \pi G^3}}$$

Dosadením hodnôt:

$$G = 0.667384 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

$$c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$$

$$p_n = 0.6217369449 \cdot 10^{35} \text{ Pa}$$

Dostávame výsledok pre maximálnu hmotnosť neutrónovej hviezdy:

$$m = 0.6416037382 \cdot 10^{31} \text{ kg}$$

V pomere k hmotnosti slnka  $M_o = 0.1989 \cdot 10^{31} \text{ kg}$  je maximálna hmotnosť neutrónovej hviezdy:

$$p = \frac{m}{M_o} = 3.225760373$$

Ak za maximálny tlak v jadre neutrónu, podľa [2] dosadíme hodnotu  $p_n = 1 \cdot 10^{35} \text{ Pa}$ , dostaneme maximálnu hmotnosť neutrónovej hviezdy:

$$m = 0.5059064581 \cdot 10^{31}$$

$$p = \frac{m}{M_o} = 2.543521659$$

V odkaze [2] sa neuvádza, s akou presnosťou zmerali tlak v jadre neutrónu. Výsledok však dobre korešponduje s astronomickým pozorovaním. Najhmotnejšia doteraz detegovaná neutrónová hviezda, [PSR J0952–0607](#), sa odhaduje na  $2,35 \pm 0,17 M_\odot$ , čo ale nevylučuje existenciu neutrónovej hviezdy s vyššou hmotnosťou.

Z grafu priebehu gravitačného tlaku  $p_r$  vyplýva, že ku kolapsu neutrónovej hviezdy dôjde najskôr na neutrónoch, ktoré sa nachádzajú na polomere  $r_{max}$ . Kolapsom neutrónov na tomto polomere sa zmenší objem neutrónovej hviezdy, čím v nej narastie tlak. Táto kladná spätná väzba nakoniec podporí kolaps celej neutrónovej hviezdy na čiernu dieru.

[1] <https://www.science.org/doi/10.1126/science.aau7807>

[2] [https://www.osel.cz/9923-prulomove-mereni-castice-jaky-je-tlak-uvnitri-protonu.html#google\\_vignette](https://www.osel.cz/9923-prulomove-mereni-castice-jaky-je-tlak-uvnitri-protonu.html#google_vignette)